Exponentialgleichungen (Basis e)
Übung

1. Lösen Sie die Exponentialgleichungen (exakter Wert) in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

   a) $e^x = 5$
   b) $e^{3x} = \frac{2}{3}$
   c) $2e^{x+1} = 4$
   d) $\frac{1}{3}e^{3x-2} = 3$
   e) $x \cdot e^x = 0$
   f) $e^x \cdot \ln(x) = 0$
   g) $e^{x^2-2x} = 1$
   h) $(x-1)^2 \cdot e^{3x-2} = 0$
   i) $2e^{-x} = e^{x+1}$
   j) $(1-e^x)^2 = 1 + e^x$

2. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichungen. Runden Sie gegebenenfalls auf zwei Nachkommastellen (Grundmenge $G = \mathbb{R}$).

   a) $e^x = e$
   b) $6 = 3e^x$
   c) $-e^{5x} = 3$
   d) $e^{-x+3} = 1$
   e) $2e^{3x} + 1 = 2$
   f) $4e^{-\frac{1}{3}x} = 0{,}5$
   g) $\frac{e^x+1}{e^x-1} = 2$
   h) $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$

Exponentialgleichungen (Basis e)
Lösung

1.

a) $x_1 = \ln(5) \approx 1{,}61$
b) $x_1 \approx \frac{1}{3} \cdot \ln\left(\frac{2}{3}\right) \approx -0{,}14$
c) $x_1 = \ln(2) - 1 \approx -0{,}31$
d) $x_1 = \frac{1}{3} \cdot (\ln(9) + 2) \approx 1{,}40$
e) $x_1 = 0$, da $e^x \neq 0$
f) $e^x \neq 0$, also $x_1 = 1$
g) $x^2 - 2x = 0; x \cdot (x - 2) = 0; x_1 = 0; x_2 = 2$
h) $x_{1/2} = 1$ (doppelte Lösung)
i) $x_1 = \frac{1}{2} \cdot (\ln(2) - 1) \approx -0{,}15$
j) $x_1 = \ln(3) \approx 1{,}10$

https://youtu.be/5ZRLa99zpLk

2.

a) $L = \{1\}$
b) $L = \{\ln(2) \approx 0{,}69\}$
c) $L = \emptyset$, da die e-Funktion stets positiv ist
d) $L = \{3\}$
e) $L = \left\{-\frac{1}{3}\ln(2) \approx -0{,}23\right\}$
f) $L = \{3\ln(8) \approx 6{,}24\}$
g) $L = \{\ln(3) \approx 1{,}10\}$
h) Substituieren Sie $u = e^x$, dann erhält man $u^2 - 3u - 4 = 0$ mit den Lösungen $u_1 = -1$ und $u_2 = 4$. Resubstitution ergibt mit $x_1 = \ln(-1)$ einen Widerspruch und $x_2 = \ln(4)$. Damit ist $L = \{\ln(4) \approx 1{,}39\}$